

## 170510 小组习题

每个同学各自完成以下题目, 提交作业时间为 20170517 中午 12:00 以前; 答案以邮件形式, 发送到 wangzj@zju.edu.cn。

\*由于紫金港东三 312 实验室安排困难, 本课程中原计划中的第三次课程的内容调整到第二次课; 而原来的第二次在东三 312 实验课的内容, 目前暂时延后到第三次。所以, 第一次作业题中计划的第三次课后回答的问题, 提前为第二次课后回答, 非常抱歉。

### 问题 170510A:

(这个问题是优化问题) 假设自然有二种状态, State1 和 State2, 出现 State1 和 State2 的概率分别为  $p$  和  $1-p$ 。Ann 有三种策略 (U,M,D) 在这二种状态下的支付表示如下:

	State1	State2
U	15	90
M	$B$	75
D	55	40

显然, Ann 的最优策略依赖于  $p$ 。比如, 如果  $p=0$ , 那么, Ann 的最优策略是 U。

问题 1: 假如  $B=35$ , 那么, 给出 Ann 分别选 U, M 或 D 的  $p$  值范围。

问题 2: 假如  $B=20$ , 那么, 给出 Ann 分别选 U, M 或 D 的  $p$  值范围。

### 问题 170510B: (该问题是 170503B 的延续)

博弈规则: 3 张牌 {1,2,3} 比大小,  $3>2>1$ 。开始, Ann 和 Bob 各得一张, 且不知道对方信息; Ann 先决策, Bob 后决策。Ann 可选 Down(D), 也就是立即翻牌比大小, 那么大者得(+1), 小者得(-1), 则游戏结束; Ann 可选 Up(U), 则等 Bob 决策; Bob 可选 D, 那么不翻牌, Bob 得(-1), Ann 得(+1); Bob 可选 U, 那么翻牌比大小, 大者得(+2), 小者得(-2); 游戏结束。

问题 0: 该博弈每轮对双方的价值分别是多少? 这个博弈对双方是公平的吗?

~~问题 1: 为该博弈扩展型表示填充各个方框内的支付;~~

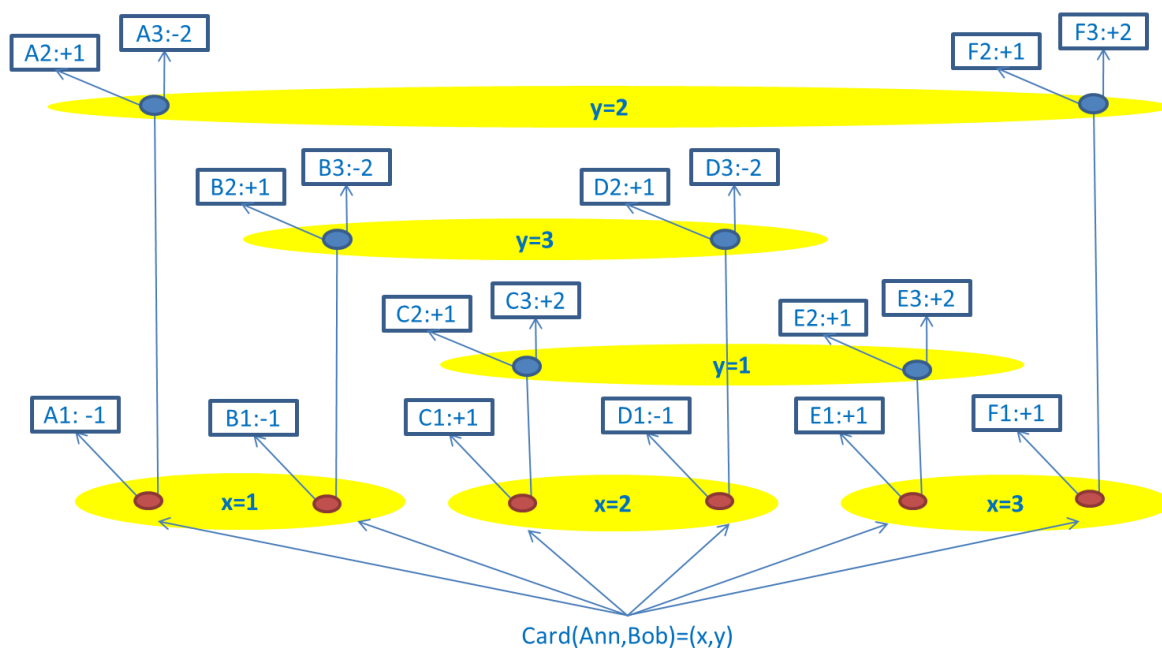
~~问题 2: 为该博弈正则型表示填充各个方框内的支付;~~

问题 3: 在该博弈扩展型表示中剔除被占优策略 (也就是在下图中打叉);

问题 4: 在该博弈正则型表示中剔除被占优策略 (也就是在下表中剔除被占优的策略);

问题 5: 计算该博弈的纳什均衡;

填入支付后, 扩展型表示为:



正则表示(给出的是 Ann 的 payoff 的 6 倍值；本博弈为 0 和博弈)

		Bob strategy ((D=0, U=1) at (1,2,3))							
		000	001	010	011	100	101	110	111
Ann Strategy at (1,2,3)	000	0	0	0	0	0	0	0	0
	001	0	0	1	1	1	1	2	2
	010	2	-1	2	-1	3	0	3	0
	011	2	-1	3	0	4	1	5	2
	100	4	1	1	-2	4	1	1	-2
	101	4	1	2	-1	5	2	3	0
	110	6	0	3	-3	7	1	4	-2
	111	6	0	4	-2	8	2	6	0

### 问题 170510C: (该问题是 170503C 的延续)

以下内容为 Daniel Friedman 的一个关于寡头、垄断联盟（卡特尔）和完全竞争市场实验的设计中的描述：

We study a repeated Cournot game played by a fixed finite number  $n \geq 2$  of strategically identical players with constant marginal cost  $c \geq 0$ . Each period, each player  $i$  chooses a quantity  $x_i$  in a finite interval  $[x_L, x_U]$ . Price  $P$  is a decreasing function of the aggregate quantity  $X = \sum_{j=1}^n x_j$ , and player  $i$ 's profit that period is  $\pi_i = a + (P(X) - c)x_i$ , including an exogenous additive constant  $a$  that captures benefits from other activities net of fixed cost. Our experiment uses  $n = 2$  or 3, the interval  $[x_L, x_U] = [0.1, \frac{12}{n}]$ ,  $a = c = 10$ , and unit elastic demand with  $XP(X) = 120$ , so

$$\pi_i(x_i, x_{-i}) = 10 + \left( \frac{120}{\sum_j x_j} - 10 \right) x_i. \tag{1}$$

问题 1: 在  $n=2$ , 也就是二个公司(厂家)竞争的情况下, 假设二个厂家采取的产量策略分别为 JPM, CNE 和 PCW 三种策略, 请为下面表格填入对应策略对的收益, 以  $(\cdot, \cdot)$ 。

		Bob			
		JPM	CNE	PCW	
Ann	JPM	69, 69			
	CNE		40, 40		
	PCW				10, 10

问题 2: 剔除二个厂家采取的产量策略分别为 JPM, CNE 和 PCW 三种策略中被占优的策略。

问题 3: 用微扰法, 说明 CNE 产量策略是这个二个厂家产量竞争中的纳什均衡; 给出任意一家等方面偏离这个均衡产量时, 只会降低自己的收益, 而不会给自己带来好处。

问题 3: (第六节课后)

## 问题 170510D:

本题求解二组博弈, 分别由一对师生分别参与的二个博弈实验中实施的。

问题 1: 泽尔滕 (R. Selten, 5 October 1930 – 23 August 2016) 是 1994 年与纳什 (J. Nash)、海萨尼 (J. Harsanyi) 共同获得诺贝尔经济学奖的博弈论学家, 也是浙江大学荣誉教授, 于 2009 年访问浙江大学。为验证博弈论中的学习理论, 他曾发表的实验论文中对以下形式的具有唯一博弈进行了测量:

	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
X <sub>1</sub>	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>
	b <sub>11</sub>	b <sub>12</sub>
X <sub>2</sub>	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>
	b <sub>21</sub>	b <sub>22</sub>

已知该二博弈 (Game 5 和 Game 11) 分别有唯一的混合纳什均衡, 请分别求解之, 并以  $(p, q)$  表示, 其中  $p$  ( $q$ ) 代表 X<sub>1</sub> (Y<sub>1</sub>) 的概率。

Game	a11	b11	a12	b12	a21	b21	a22	b22
5	7	2	0	9	4	5	8	1
11	7	4	2	11	4	5	10	1

问题 2: 唐方方, 师从泽尔滕教授, 现于北京大学担任经济学教授, 也是浙江大学兼职教授。

为了实验研究纳什均衡的稳定性问题，他设计过一个博弈，其支付矩阵为：

		Bob		
		L	C	R
Ann	U	0,0	12,16	12,16
	M	15,12	0,4	15,10
	D	20,12	20,12	0,8

已知该博弈有唯一的混合纳什均衡，求这个博弈的混合纳什均衡理论值，结果用向量  $p$  和  $q$  表示； $p$  和  $q$  分别代表 Ann 的(U, M, D) 和 Bob 的 (L,C,R) 的概率。

### 问题 170510E:

O'Neil 在 1987 年完成的一个博弈实验，该实验第一次为混合纳什均衡提供了实验证据。该博弈为 0 和博弈，其支付矩阵表示为：

		Bob			
		1	2	3	J
Ann	1	-5	5	5	-5
	2	5	-5	5	-5
	3	5	5	-5	-5
	J	-5	-5	-5	5

问题 1: 已知该博弈有唯一的混合纳什均衡，求这个博弈的混合纳什均衡理论值，结果用向量  $p$  和  $q$  表示； $p$  和  $q$  分别代表 Ann 的(1, 2, 3, J)策略 和 Bob 的(1, 2, 3, J)策略的概率。

问题 2: (第五次课后问题)

### 问题 170510F:

问题 1: 在不了解一个博弈是否有唯一的混合纳什均衡情况下，可以根据 Roger Myerson 建议步骤（见课堂笔记）计算以下博弈的纳什均衡：

	L	R
U	5, 0	0, 5
M	0, 5	5, 0
D	1, 4	2, 3

请给出可能的混合纳什均衡的向量。